数学II・数学B

問題	選　択　方　法
第１問	必　答
第2問	必　答
第3問	いずれか2問題を選択
第4問	
第5問	
第6問	

第1問　（必答問題）

$\frac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，関数

$y = \cos 2\theta - \sqrt{3}\sin 2\theta + 2\cos\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta$

の最小値を求めよう。

$t = \sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta$ とおくと，

$y = \boxed{\text{アイ}}\, t^2 + \boxed{\text{ウ}}\, t + \boxed{\text{エ}}$ となるから，

$\theta = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{オ}}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{カキ}}$ をとる。

自然数 x で，条件

$$12(\log_2 \sqrt{x})^2 - 13\log_4 x - 14 > 0$$

$$x + \log_5 x < 15$$

を同時に満たす x は $\boxed{\text{アイ}}$ 以上 $\boxed{\text{ウエ}}$ 以下の自然数である。

第2問　(必答問題)

座標平面上で，放物線 $y=x^2$ を C とする。

$a \fallingdotseq \frac{6}{7}$ のとき， $x=a$ における C の 接線と

$x=\frac{6}{7}$ における C の接線 の交点の座標は,

$\left(\frac{a}{\boxed{\text{ア}}}+\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\ \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}a\right)$ である。

座標平面上で，放物線 $y=x^2$ を C とする。

$-1<a<2$ のとき， $x=-1$ における接線と

$x=a$ における接線と $x=2$ と C で

囲まれた二つの部分の面積の和は

$-\dfrac{a^3}{\boxed{\text{ア}}}+\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}a^2-\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}a+\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ であり，

$a=\boxed{\text{コ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{サ}}$ をとる。

第3問　（選択問題）

数直線上に点 $P_1(1)$, $P_2(2)$ をとる。

線分 P_1P_2 を 7：9 に内分する点を P_3 とする。

一般に，自然数 n に対して，線分 P_nP_{n+1} を 7：9 に内分する点を

P_{n+2} とし，P_n の座標を x_n とする。

$y_n=x_{n+1}-x_n$ とすると，

$$y_n=\left(\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}\right)^{\boxed{\text{オ}}}\quad (n=1,2,3,\cdots)$$ であり，

$$x_n=\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}-\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{クケ}}}\left(\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}\right)^{\boxed{\text{シ}}}$$ となる。

ただし，$\boxed{\text{オ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ については，当てはまるものを，

次の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。

⓪ $n-1$　① n　② $n+1$　③ $n+2$

自然数 n 対して $r \fallingdotseq 1$ のとき，$S_n = \sum_{k=1}^{n} r^k$ とおく。

S_n から rS_n 引いた差を考えると，

$r = \dfrac{3}{4}$ のとき，

$$S_n = \boxed{アイ}\left\{1 - \left(\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\right)^{\boxed{オ}}\right\} - \boxed{カ}\,n\left(\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\right)^{\boxed{キ}}$$ である。

ただし，$\boxed{オ}$，$\boxed{キ}$ については，当てはまるものを，

次の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。

⓪ $n-1$　① n　② $n+1$　③ $n+2$

第4問　(選択問題)

四角錐 OABCD において，三角形 OBC と三角形 OAD は合同で，

OB＝1，BC＝2，OC＝$\sqrt{3}$ であり，

底面の四角形 ABCD は長方形である。 AB＝$2r$ とおき，

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とおく。

辺 OD を 7：2 に内分する点を L，

辺 OB を 5：1 に内分する点を M とおき，

3 点 A，L，M の定める平面を α とし，

平面 α と辺 OC の交点を N とする。

点 N は平面 α 上にあることから，実数 s，t を用いて，

$\overrightarrow{AN}=s\overrightarrow{AL}+t\overrightarrow{AM}$ と表せるので，

$s=\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$，$t=\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キク}}$ であり，

$\overrightarrow{ON}=\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サシ}}\vec{c}$ となる。

よって，$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{MN}$ を計算すると，

$AB=\sqrt{\dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソタ}}}$ のとき，

直線 AM と直線 MN は垂直になることがわかる。

第5問　(選択問題)

次の表は，15 人の50 点満点のゲームの得点をまとめたものである。

以下，小数の形で解答する場合，

指定された桁数の一つの下の桁を四捨五入し，解答せよ。

途中で割り切れた場合，指定された桁まで 0 にマークすること。

得点の平均値 A は $\boxed{アイ}.\boxed{ウ}$ 点である。

そのうち，得点が上位の 3 人の得点の平均値を A_1，

得点が下位の 12 人の得点の平均値を A_2 とすると

$$\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}A_1+\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}A_2=A$$

が成り立つ。

番号	得点
1	18
2	18
3	33
4	21
5	31
6	16
7	18
8	29
9	23
10	31
11	15
12	19
13	19
14	20
15	19
平均値	A
範囲	18
分散	33.20
標準偏差	5.8

(2011-2B-17-altmc.jp)

次の表は，9人の50点満点のゲームの得点をまとめたものである。

「範囲」は，得点の最大の値から最小の値を引いた差である。

以下，小数の形で解答する場合，

指定された桁数の一つの下の桁を四捨五入し，解答せよ。

途中で割り切れた場合，指定された桁まで⓪にマークすること。

平均値20.0点から偏差の最大値は $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$ 点である。

また，分散Bの値は $\boxed{ウエ}$．$\boxed{オ}$，

標準偏差Cの値は $\boxed{カ}$．$\boxed{キ}$ 点である。

番号	得点
1	18
2	23
3	19
4	14
5	22
6	18
7	15
8	25
9	26
平均値	20.0
範囲	12
分散	B
標準偏差	C

次の表は，4人の50点満点のゲームの得点をまとめたものである。

「範囲」は，得点の最大の値から最小の値を引いた差である。

ゲームの得点について，大小関係 $F<E<46<D$ が成り立っている。

D，E，Fの値から平均値44.0点を引いた整数値を，それぞれ

x，y，z とおくと，範囲が6点，分散が6.50であることから，

$$x+y+z=\boxed{アイ}$$

$$x-z=\boxed{ウ}$$

$$x^2+y^2+z^2=\boxed{エオ}$$

が成り立つ。これから，D，E，Fの値がそれぞれ

$\boxed{カキ}$ 点，$\boxed{クケ}$ 点，$\boxed{コサ}$ 点であることがわかる。

番号	得点
1	D
2	46
3	E
4	F
平均値	44.0
範囲	6
分散	6.50
標準偏差	2.5

第6問　(選択問題)

n を 2 以上の自然数とし，以下の操作を考える。

(i) n が偶数ならば， n を 2 で割る。

(ii) n が奇数ならば， n を 3 倍して 1 を加える。

与えられた 2 以上の自然数にこの操作を行い，得られた自然数が 1 でなければ，

得られた自然数にこの操作を繰り返す。

たとえば， 6 から始めると

$$6 \to 3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$$

のように 1 が得られる。

F(N) を N から始めて 1 が得られるまでの上記の操作の回数と定義する。

たとえば，上の例から F(6)=8 である。このとき，

F(26)= $\boxed{\text{アイ}}$ ，であり， F(93)= $\boxed{\text{ウエ}}$ である。

自然数 N を入力して F(N) を求めるため，次のようなプログラムを作った。

ただし， **INT**(X) は X を越えない最大の整数を表す関数である。

```
100 INPUT N
110 LET I=N
120 LET C=0
130 LET C=C+1
140 IF INT(I/2)*2=I THEN GOTO [ア]
150     [イ]
160     GOTO [ウ]
170 [エ]
180 IF C<>1 THEN GOTO [オ]
190 PRINT "F(";N;")=";C
200 END
```

[ア] と [ウ] と [オ] に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから，

それぞれ一つずつ選べ。

⓪ 130　① 140　② 150　③ 170　④ 180　⑤ 190

[イ] と [エ] に当てはまるものを，次の⓪～⑨のうちから，

それぞれ一つずつ選べ。

⓪ LET C=C/2	① LET I=I/2	② LET N=N/2
③ LET C=3*C+1	④ LET I=3*I+1	⑤ LET N=3*N+1
⑥ LET C=C−1	⑦ LET I=I−1	⑧ LET N=N−1

プログラムを実行して N に 28 を入力すると 170 行は [カキ] 回実行される。

正解

P.2	第１問	左頁	[アイ]=-1, [ウ]=2, [エ]=2 [オ]=1 [カキ]=-1
P.3	第１問	右頁	[アイ]=12, [ウエ]=13
P.4	第２問	左頁	[ア]=2 [イ]=3, [ウ]=7 [エ]=6, [オ]=7
P.5	第２問	右頁	[ア]=4 [イ]=9, [ウ]=4 [エオ]=15, [カ]=4 [キク]=11, [ケ]=4 [コ]=1 [サ]=1
P.6	第３問	左頁	[アイ]=-9, [ウエ]=16 [オ]=0 [カキ]=41, [クケ]=25 [コサ]=16 [シ]=0
P.7	第３問	右頁	[アイ]=16 [ウ]=3, [エ]=4 [オ]=1 [カ]=3 [キ]=0

P.8 第 4 問 左頁 [アイ]=45, [ウエ]=52
[オカ]=21, [キク]=26
[ケコ]=35, [サシ]=52
[スセ]=26, [ソタ]=15

P.10 第 5 問 左頁 [アイ]=22, [ウ]=0
[エ]=1, [オ]=5
[カ]=4, [キ]=5

P.11 第 5 問 右頁
上段 [ア]=6, [イ]=0
[ウエ]=16, [オ]=0
[カ]=4, [キ]=0

下段 [アイ]=-2, [ウ]=6, [エオ]=22
[カキ]=47, [クケ]=42, [コサ]=41

P.12 第 6 問 左頁 [アイ]=10
[ウエ]=17

P.13 第 6 問 右頁 [ア]=3
[イ]=4
[ウ]=4
[エ]=1
[オ]=0
[カキ]=13